

## TRAVAUX DIRIGES : STRUCTURES ET COÛTS

### Quelques bornes supérieures sur les nombres de simplexes

Cas particulier : Les graphes triangulaires.

Soit  $n$  le nombre de sommets d'un graphe planaire triangulaire.

Le nombre de faces triangulaires est borné par  $2*n$  (borne déduite de la relation d'Euler).

Le nombre d'arêtes est borné par  $3*n$ .

### Types de structures de données basées-simplexes

Suivant le simplexe pivot de représentation de la structure, nous distinguons trois types de structures de données géométriques :

1. Les structures à base de sommets (basées-sommet).
2. Les structures à base d'arêtes (basées-arête ou demi-arête)
3. Les structures à base de faces (basées-face).

Pour représenter une construction géométrique, il faut définir une table pour chaque type de simplexe : Une table de sommet, une autre pour les arêtes si nécessaire et une table pour les faces le cas échéant.

La table de sommet n'est considérée que si une information topologique y figure, les coordonnées géométriques ne sont pas tenues en compte vu qu'ils sont indépendants de la topologie de la construction.

Nous allons illustrer chaque type avec l'exemple de la Figure 1.

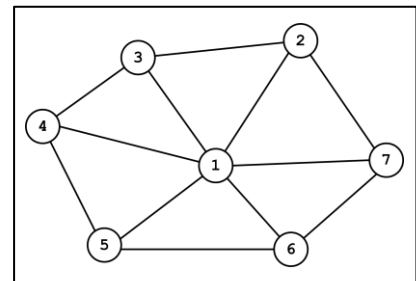


Figure 1 Exemple d'application

### Exemple de structure basée-sommet :

Soit le schéma suivant pour définir la structure : Chaque sommet maintient une liste de ses sommets voisins énumérés dans le sens direct. La structure de l'exemple applicatif (Figure 1) sera la suivante :

**Tables des sommets**

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 1 | 7 |   |   |   |
| 3 | 4 | 1 | 2 |   |   |   |
| 4 | 5 | 1 | 3 |   |   |   |
| 5 | 6 | 1 | 4 |   |   |   |
| 6 | 7 | 1 | 5 |   |   |   |
| 7 | 2 | 1 | 6 |   |   |   |

**Le coût de la structure pour une triangulation de  $n$  sommets :**

Coût = nombre de simplexes \* nombre maximal de références par simplexes

Coût =  $n$  \* degré moyen des sommets

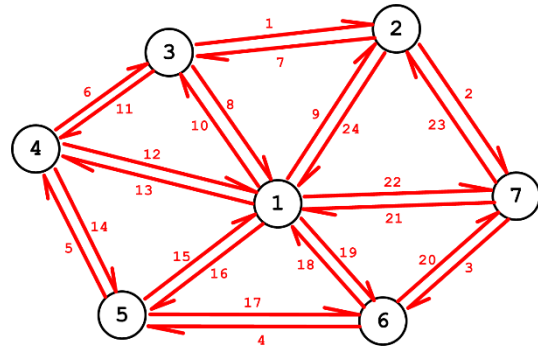
Coût =  $n * 6$  // Pour une triangulation de Delaunay

**Exemple de structure basée-arête :**

Soit le schéma suivant pour définir la structure : Chaque demi-arête maintient une référence vers sa demi-arête opposée, une autre vers le sommet de départ et une troisième vers le sommet d'arrivés. La structure de l'exemple applicatif (Figure 1) sera la suivante :

*Table des demi-arêtes*

|     |     |   |   |
|-----|-----|---|---|
| 1   | 7   | 3 | 2 |
| 2   | 23  | 2 | 7 |
| 3   | 20  | 7 | 6 |
| 4   | 17  | 6 | 5 |
| 5   | 14  | 5 | 4 |
| ... | ... |   |   |
| 23  | 2   | 7 | 2 |
| 24  | 9   | 2 | 1 |



**Le coût de la structure pour une triangulation de n sommets :**

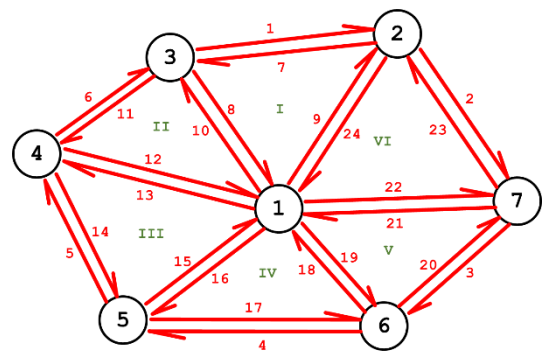
Coût = nombre de simplexes \* nombre maximal de références par simplexes  
 Coût = ( 2 \* 3 \* n ) \* 3 = 18n

**Exemple de structure basée-face :**

Soit le schéma suivant pour définir la structure : Chaque face maintient trois références vers ses trois sommets de définition. La structure de l'exemple applicatif (Figure 1) sera la suivante :

*Table des faces*

|     |   |   |   |
|-----|---|---|---|
| I   | 1 | 2 | 3 |
| II  | 1 | 3 | 4 |
| III | 1 | 4 | 5 |
| IV  | 1 | 5 | 6 |
| V   | 1 | 6 | 7 |
| VI  | 1 | 7 | 2 |



**Le coût de la structure pour une triangulation de n sommets :**

Coût = nombre de simplexes \* nombre maximal de références par simplexes  
 Coût = ( 2 \* n ) \* 3 = 6n