ENVELOPPE CONVEXE

- **Enveloppe convexe d'un ensemble de points**
- **Les algorithmes de Graham et de Jarvis.**
- **Généralisation pour un ensemble de points de l'espace.**

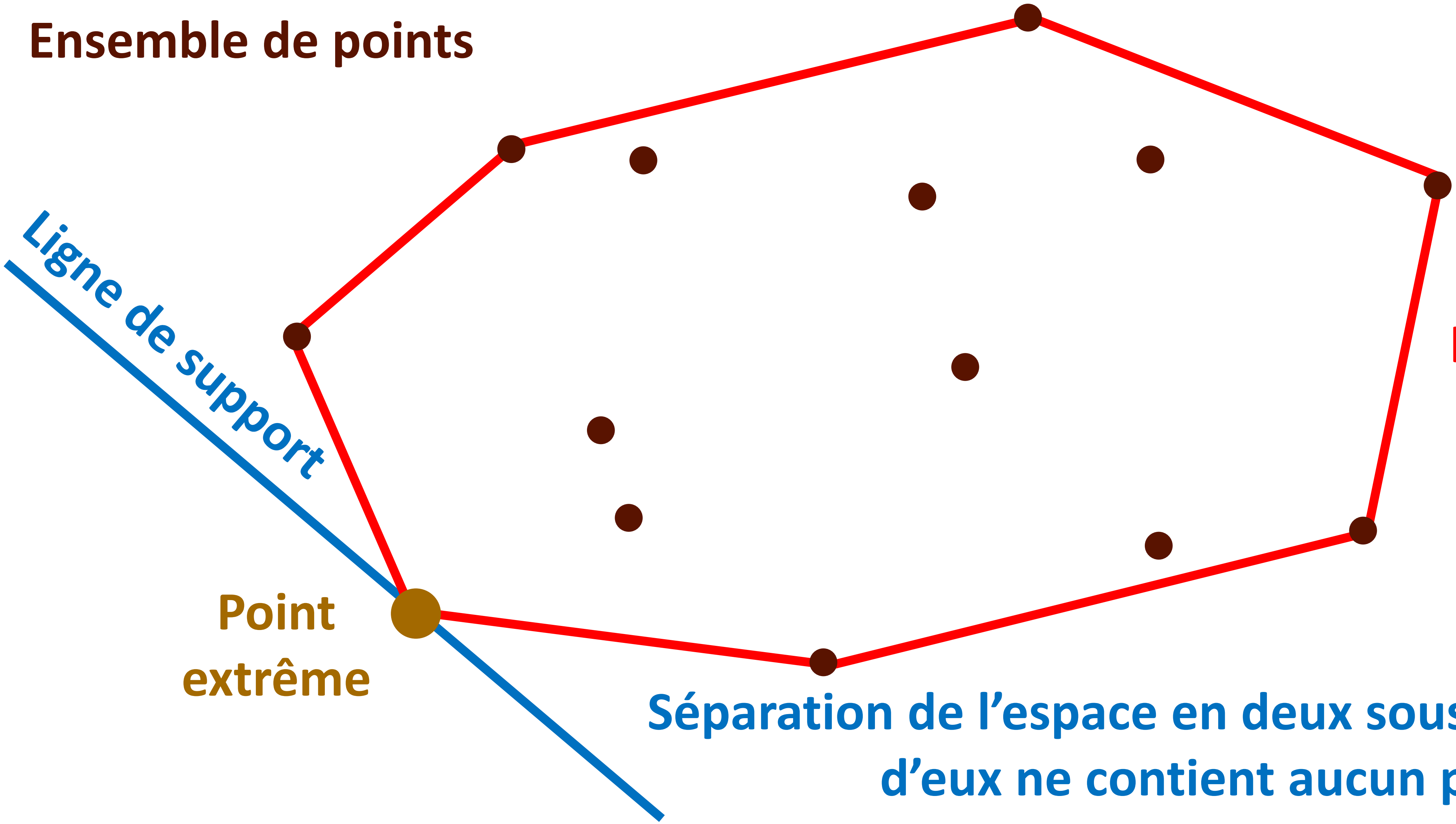
Master Intelligence Artificielle et Application

Faculté des Mathématiques et Informatique
Département d'Informatique

Abdelkrim Mebarki

2019 – 2020

Définitions: L’ensemble convexe



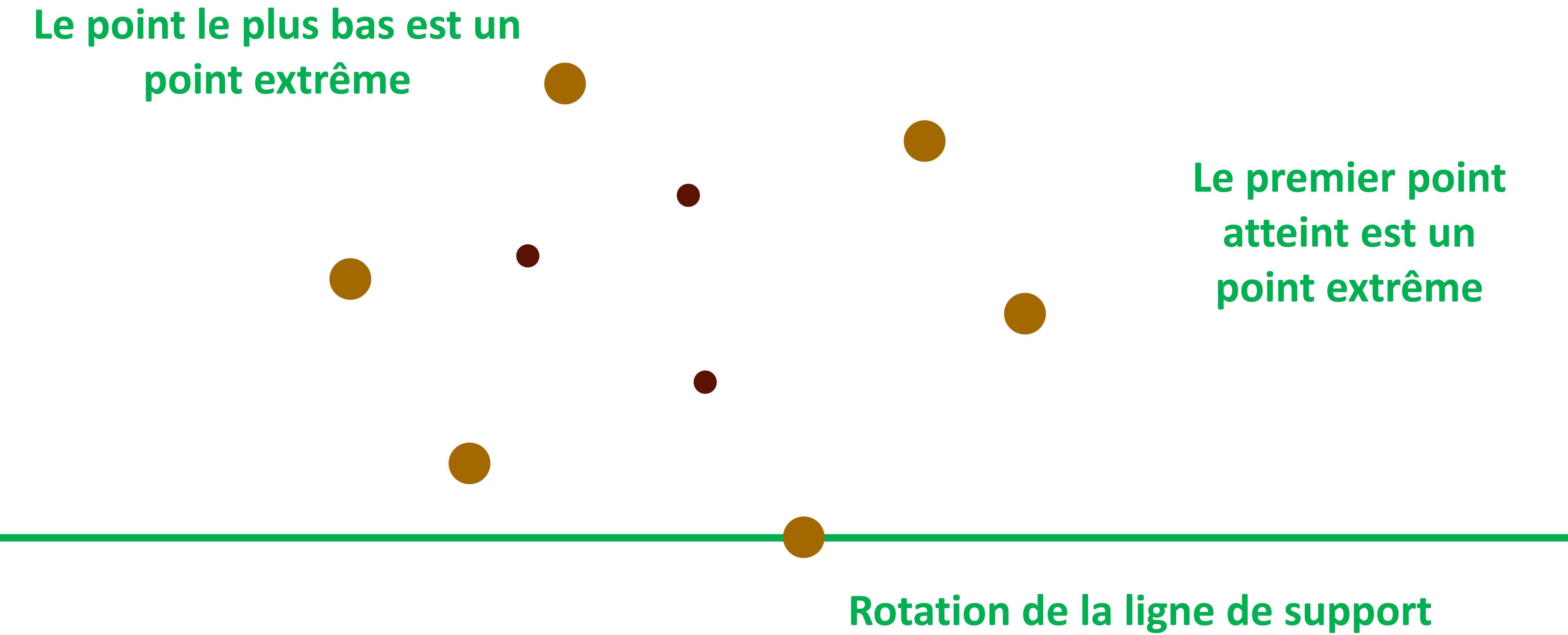
Le plus petit polygone convexe englobant l’ensemble des points

Séparation de l’espace en deux sous espaces : L’un d’eux ne contient aucun point

Calcul de l'enveloppe convexe

- **Entrées :**
  - **Un ensemble de points (*S*)**
- **Sortie :**
  - **Tous les points extrêmes de (*S*)**

Algorithme de Jarvis (*Paquet cadeau*)

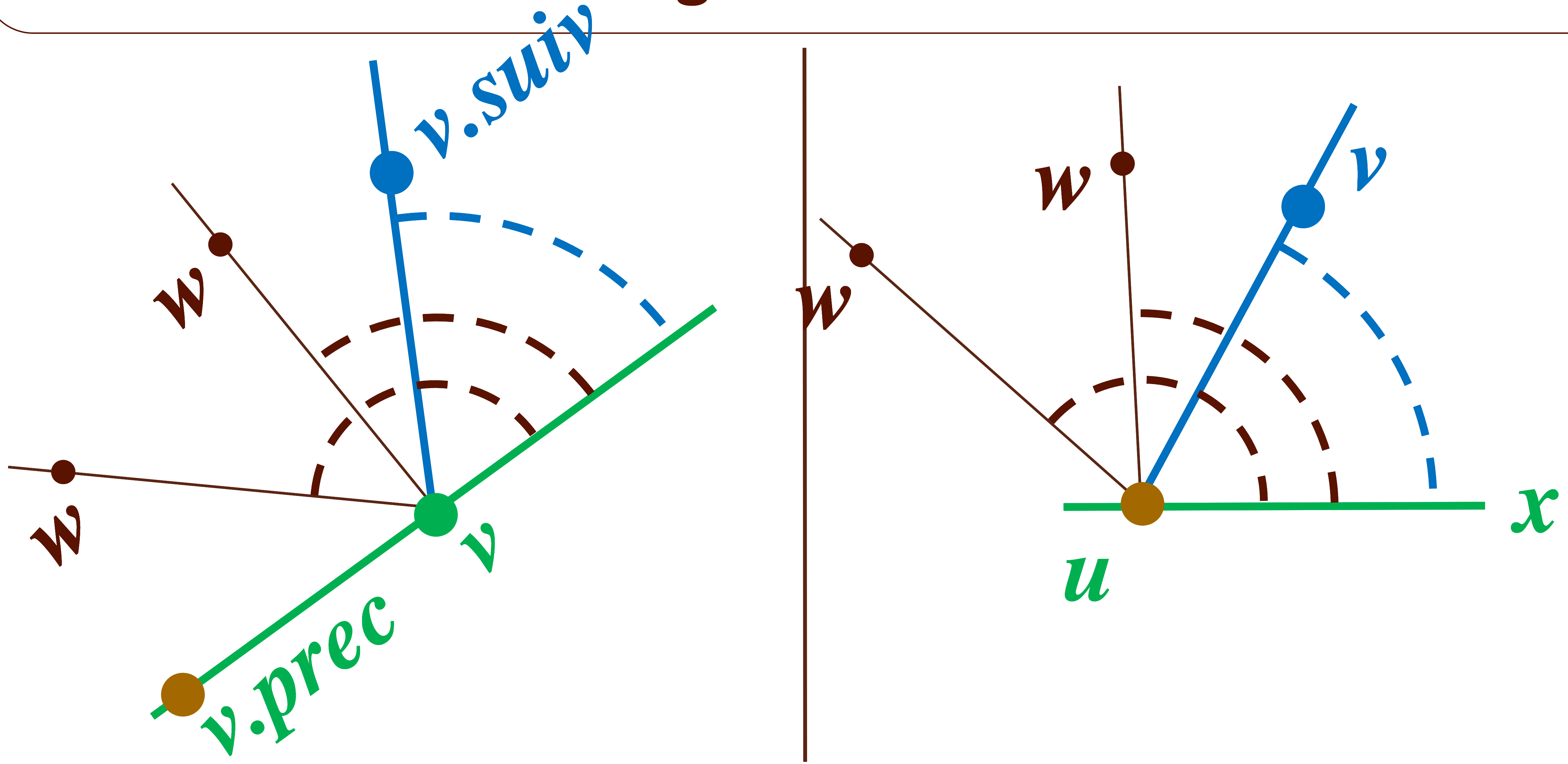


Formulation de l’algorithme de Jarvis

- *Entrée : Ensemble S de points*
- $u \leftarrow$ *point le plus bas de* S
- $min \leftarrow \infty$
- *pour chaque* $w \in S \setminus \{u\}$
  - *si (angle* $(ux, uw) < min$*)*
    - $min \leftarrow$ *angle* (ux, uw)
    - $v \leftarrow w$
  - $u.suivant \leftarrow v$

- *Répéter*
  - $S \leftarrow S \setminus \{v\}$
  - *Pour chaque* $w \in S$
    - $min \leftarrow \infty$
    - *si (angle* $(v.prec\ v, vw) < min$*)*
      - $min \leftarrow$ *angle* $(v.prec\ v, vw)$
      - $v.suiv \leftarrow w$
    - $v \leftarrow v.suiv$
- *Tant que* $v \neq w$

Formulation de l'algorithme de Jarvis



Formulation de l'algorithme de Jarvis

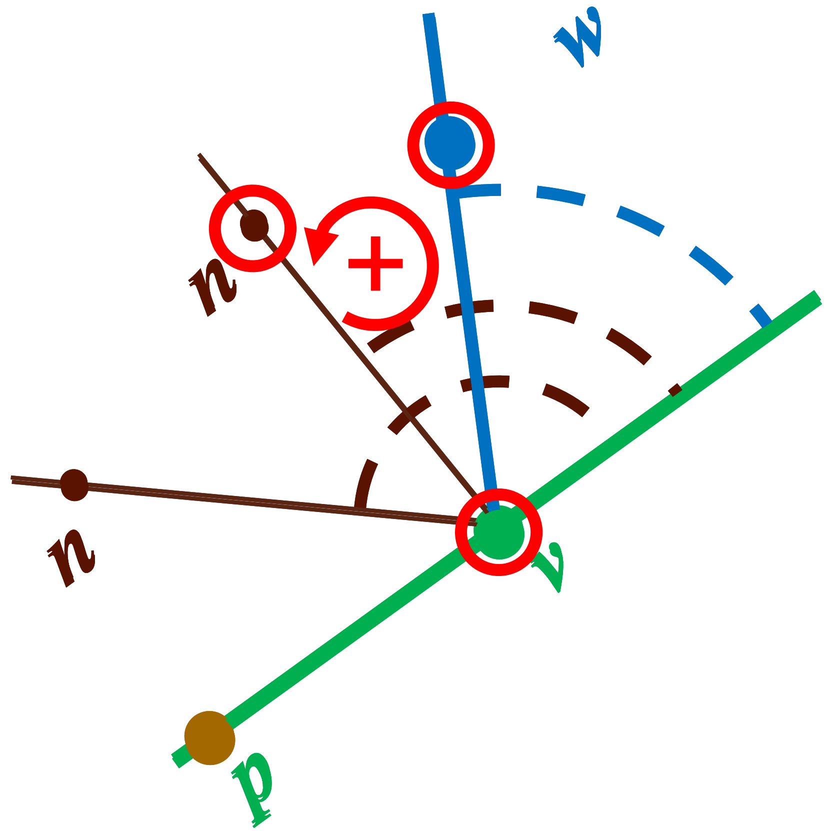
- *Entrée : Ensemble* $\underline{S}$ *de points*
- $\underline{u} \leftarrow$ *point le plus bas de* $\underline{S}$ ——— **O(n)**
- $\underline{min} \leftarrow \infty$
- *pour chaque* $\underline{w} \in \underline{S} \setminus \{\underline{u}\}$ ——— **O(n)**
  - *si (angle* $(\underline{ux}, \underline{uw}) < \underline{min}$*)*
    - $\underline{min} \leftarrow$ *angle* $(\underline{ux}, \underline{uw})$
    - $\underline{v} \leftarrow \underline{w}$
  - $\underline{u}$*.suivant* $\leftarrow \underline{v}$

- *Répéter* ——— **O(n)**
  - $\underline{S} \leftarrow \underline{S} \setminus \{\underline{v}\}$
  - *Pour chaque* $\underline{w} \in \underline{S}$ ——— **O(n)**
    - $\underline{min} \leftarrow \infty$
    - *si (angle (*$\underline{v}$*.prec* $\underline{v}$*,* $\underline{vw}$*)* $< \underline{min}$*)*
      - $\underline{min} \leftarrow$ *angle (*$\underline{v}$*.prec* $\underline{v}$*,* $\underline{vw}$*)*
      - $\underline{v}$*.suiv* $\leftarrow \underline{w}$
    - $\underline{v} \leftarrow \underline{v}$*.suiv*
- *Tant que* $v \neq w$ ——— **O(n²)~O(nh)**

Evaluation des prédicats

si (angle (pv, vw) < min)

$$\cancel{angle\,(\underline{pv}, \underline{vw}) = arccos\left(\frac{\overrightarrow{vw}.\overrightarrow{pv}}{\|\overrightarrow{vw}\|\,\|\overrightarrow{pv}\|}\right)}$$

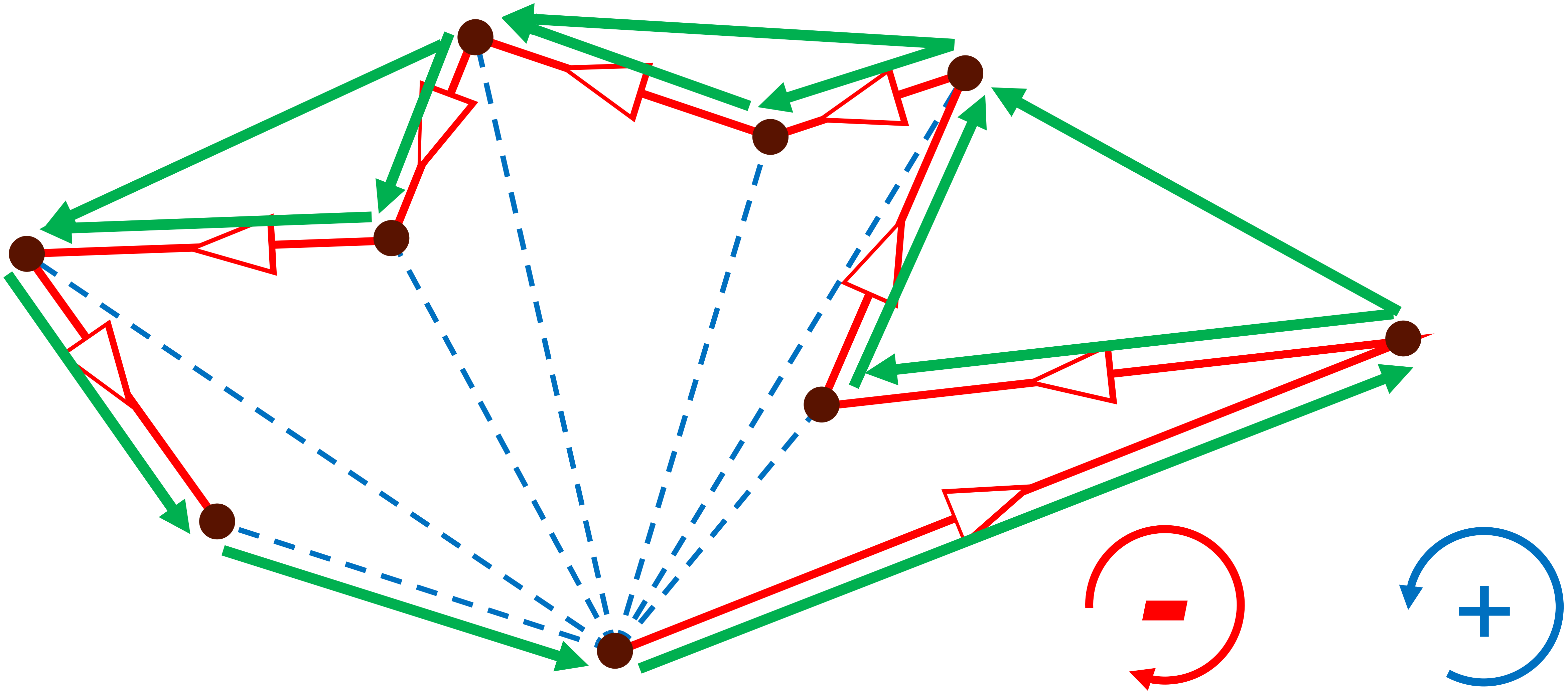


si (angle (pv, vw) < min)

$\approx$

pour chaque n : ccw(vwn) // orienté positif

Algorithme de Graham



Formulation de l'algorithme de Graham

- *Entrée : Ensemble S de points*
- *u ← point le plus bas de S*
- *Trier les points de S autour de u (u inclus)*
- *v ← u*

- *Tant que (v.suiv ≠ u)*
  - *si (ccw (v, v.suiv, v.suiv.suiv))*
    - *v ← v.next*
  - *sinon*
    - *v.suiv ← v.suiv.suiv*
    - *v.suiv.prec ← v*
    - *si (v ≠ u)*
      - *v ← v.prec*

Généralisation dans l'espace

- **Exemple : Généralisation de l'algorithme de Jarvis ?**
- **Passage 2D en 3D :**